МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Череповецкий государственный университет»

**Лабораторная работа № 3**

**Детерминированные модели. Задача о назначениях**

**Выполнил:**

студент гр. 1ИВТпб-01-31оп

Климов А.Г.  
**Проверил:** преподаватель

Юдина О.В.  
Отметка о зачете:

Череповец

2018 год

**Лабораторная работа №3**

**Детерминированные модели. Задача о назначениях**

**Часть 1.**

Написать программу, реализующую задачу о назначениях.

Предполагается, что матрица стоимости назначений должна иметь размерность не менее, чем 4х4, ввод данных может осуществляться из текстового файла (повышает оценку), либо данные могут считываться с экрана.

Результаты работы программы должны быть представлены в виде матрицы назначений.

В качестве тестового примера использовать задачу, рассмотренную на лекции.

**Часть 2.**

Составить матрицу стоимостей. Для этого изучить, какие могут использоваться оценочные шкалы, как можно перейти от нечисловых оценок к числовым.

Информация для составления матрицы:

Для того, чтобы рабочей группе отчитаться о выполненном задании, необходимо выполнить следующие работы:

* набрать текстовый документ около 200 страниц,
* произвести вычисления в электронных таблицах,
* создать иллюстративный материал для цифровых данных,
* сделать подборку материалов и их оформить.

Сотрудники (Анна, Маша, Сергей, Иван), входящие в данную группу, обладают следующими навыками:

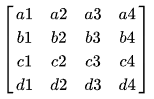
* Текст набирают все приблизительно с одинаковой скоростью,
* Работает в электронных таблицах лучше всех Маша, Сергей это делает плохо, Анна и Иван могут выполнить эту работу хуже Маши, но лучше Сергея.
* Подбирать материал и создавать иллюстрации могут все, но:
* Аналитические навыки лучшие у Маши, но она хуже работает с графическим оформлением,
* Работать с поисковиками лучше всех может Сергей,
* Анна хорошо работает с графикой, но не сильна в Интернет-поиске,
* Иван не любит аналитическую работу, а все остальные виды требуемых работ выполняет неплохо.

Ход работы:

Для n работников и работ, дана матрица n×n, задающая стоимость выполнения каждой работы каждым работником. Найти минимальную стоимость выполнения работ, такую что каждый работник выполняет ровно одну работу, а каждую работу выполняет ровно один работник.

В дальнейшем мы под назначением понимаем соответствие между работниками и работами, имеющее нулевую стоимость, после того как мы произвели трансформации, влияющие лишь на общую стоимость работ.

Прежде всего запишем задачу в матричной форме:



где a, b, c, d — работники, которые должны выполнить работы 1, 2, 3, 4. Коэффициенты a1, a2, a3, a4 обозначают стоимость выполнения работником «a» работ 1, 2, 3, 4 соответственно. Аналогичный смысл имеют остальные символы. Матрица квадратная, поэтому каждый работник может выполнить только одну работу.

**Шаг 1**

Уменьшаем элементы построчно. Находим наименьший из элементов первой строки (а1, а2, а3, а4), и вычитаем его из всех элементов первой строки. При этом хотя бы один из элементов первой строки обнулится. То же самое выполняем и для всех остальных строк. Теперь в каждой строке матрицы есть хотя бы один ноль. Иногда нулей уже достаточно, чтобы найти назначение. Пример показан в таблице. Красные нули обозначают назначенные работы.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | a2' | 0 | a4' |
| b1' | b2' | b3' | 0 |
| 0 | c2' | c3' | c4' |
| d1' | 0 | d3' | d4' |

При большом количестве нулей для поиска назначения (нулевой стоимости) можно использовать алгоритм нахождения максимального паросочетания двудольных графов, например алгоритм Хопкрофта — Карпа. Кроме того, если хотя бы в одном столбце нет нулевых элементов, то назначение невозможно.

**Шаг 2**

Часто на первом шаге нет назначения, как, например, в следующем случае:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | a2' | a3' | a4' |
| b1' | b2' | b3' | 0 |
| 0 | c2' | c3' | c4' |
| d1' | 0 | d3' | d4' |

Задача 1 может быть эффективно (за нулевую стоимость) выполнена как работником a, так и работником c, зато задача 3 не может быть эффективно выполнена никем.

В таких случаях мы повторяем шаг 1 для столбцов и вновь проверяем, возможно ли назначение.

**Шаг 3**

Во многих случаях мы достигнем желаемого результата уже после шага 2. Но иногда это не так, например:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | a2' | a3' | a4' |
| b1' | b2' | b3' | 0 |
| 0 | c2' | c3' | c4' |
| d1' | 0 | 0 | d4' |

Если работник d выполняет работу 2, некому выполнять работу 3, и наоборот.

В таких случаях мы выполняем процедуру, описанную ниже.

Сначала, используя любой алгоритм поиска максимального паросочетания в двудольном графе, назначаем как можно больше работ тем работникам, которые могут их выполнить за нулевую стоимость. Пример показан в таблице, назначенные работы выделены красным.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | a2' | a3' | a4' |
| b1' | b2' | b3' | 0 |
| 0 | c2' | c3' | c4' |
| d1' | 0 | 0 | d4' |

Отметим все строки без назначений (строка 1). Отметим все столбцы с нулями в этих строках (столбец 1). Отметим все строки с «красными» нулями в этих столбцах (строка 3). Продолжаем, пока новые строки и столбцы не перестали отмечаться.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| × |  |  |  |  |
| 0 | a2' | a3' | a4' | × |
| b1' | b2' | b3' | 0 |  |
| 0 | c2' | c3' | c4' | × |
| d1' | 0 | 0 | d4' |  |

Теперь проводим линии через все отмеченные столбцы и неотмеченные строки.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| × |  |  |  |  |
| 0 | a2' | a3' | a4' | × |
| b1' | b2' | b3' | 0 |  |
| 0 | c2' | c3' | c4' | × |
| d1' | 0 | 0 | d4' |  |

Все эти действия преследовали лишь одну цель: провести наименьшее количество линий (вертикалей и горизонталей) так, чтобы покрыть все нули. Можно было воспользоваться любым другим методом вместо описанного.

**Шаг 4**

Из непокрытых линиями элементов матрицы (в данном случае это a2', a3', a4', c2', c3', c4') найти наименьший. Вычесть его из всех не отмеченных строк и прибавить ко всем пересечениям отмеченных строк и столбцов. Так, например, если наименьший элемент из перечисленных равен а2', мы получим

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| × |  |  |  |  |
| 0 | 0 | a3'-а2' | a4'-a2' | × |
| b1'+a2' | b2' | b3' | 0 |  |
| 0 | c2'-а2' | c3'-а2' | c4'-а2' | × |
| d1'+a2' | 0 | 0 | d4' |  |

Повторять процедуру (шаги 1-4) до тех пор, пока назначение не станет возможным.

**Результат работы программы:**

